

# 時空の相転移とWMAP

## - 量子時空から古典時空へ -

KEK/総研大 浜田賢二

洞田慎一、湯川哲之、杉山直

Phys.Rev.D74(2006)123502[astro-ph/0607586]

and

“Focus on Quantum Gravity Research”  
(Nova Science Publisher, NY, 2006), Chap.1

Focus on  
QUANTUM GRAVITY  
RESEARCH



D. C. Moore  
Editor

---

# 第一章

## 量子重力はなぜ必要か！

---

# 素朴な疑問

- **なぜ宇宙は膨張しているのか？**

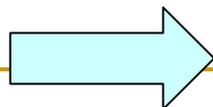
アインシュタイン重力はニュートン力学と同様、物質間に引力を及ぼす。

物質が引き合っているにもかかわらず、なぜその力に逆らって膨張するのか？ → **斥力が必要！**

- **なぜ初期のゆらぎは小さいのか？**

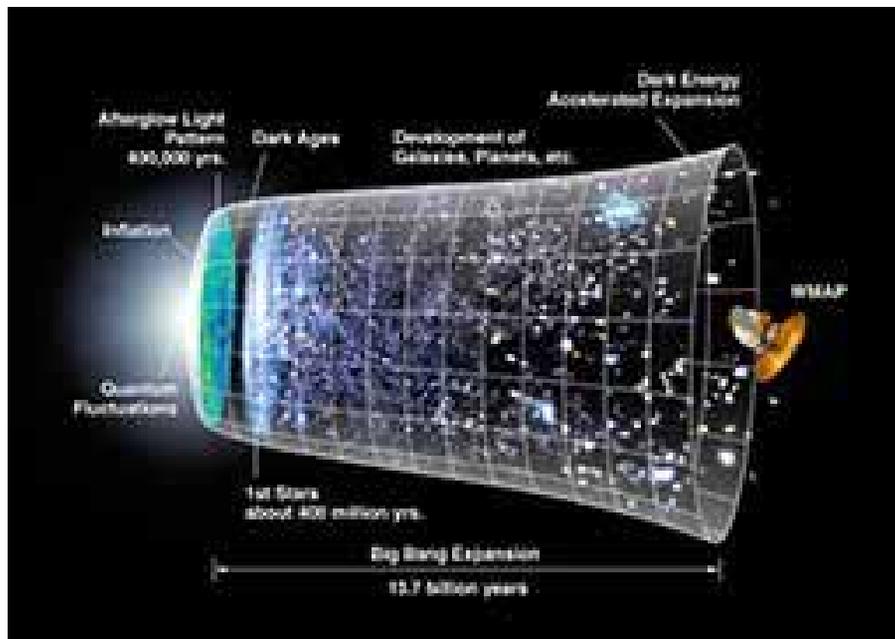
宇宙が現在まで安定であるためには、初期のゆらぎは極めて小さくなければならない。

一方、宇宙初期は高エネルギー反応の坩堝でゆらぎが小さかったとは思えない。 → **メカニズムが必要！**

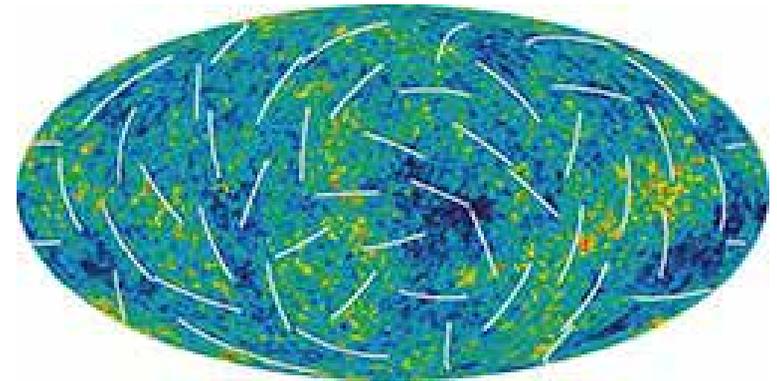


**インフレーションのアイデア**

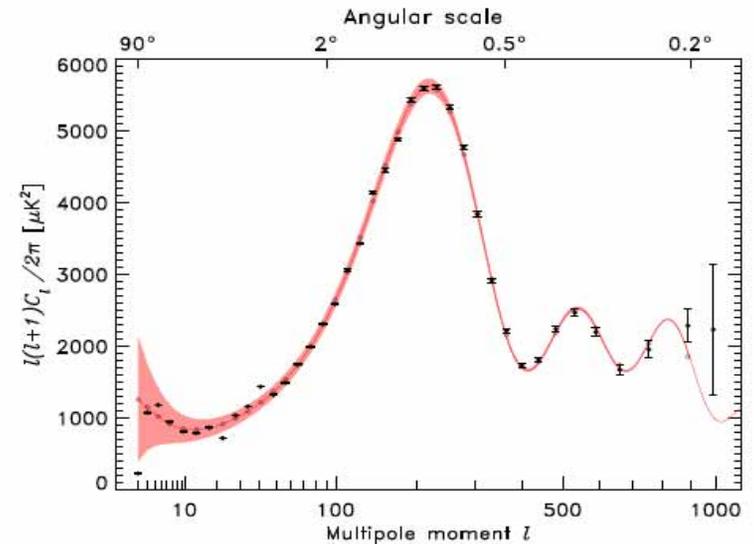
# インフレーション理論の確立



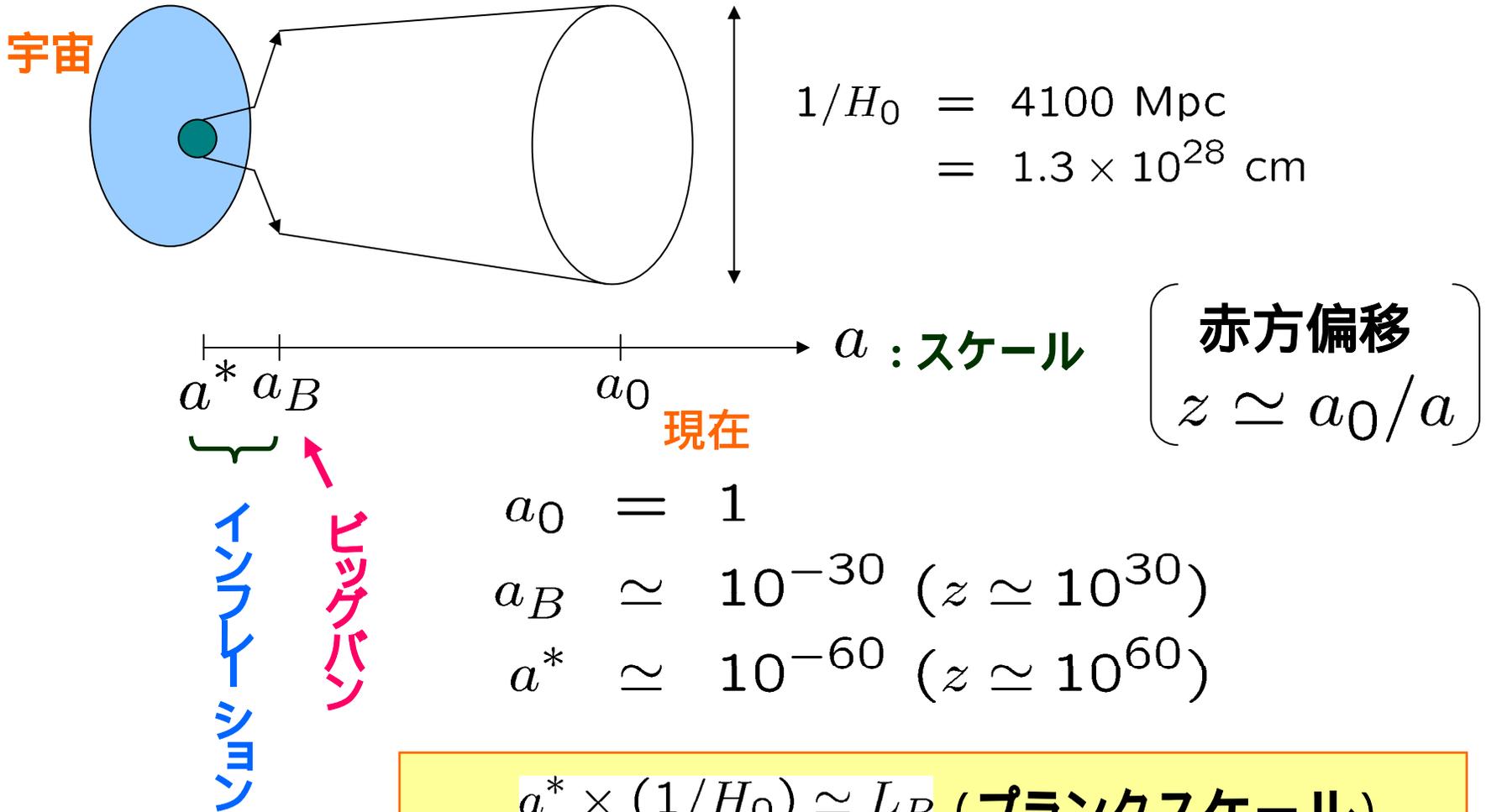
WMAP人工衛星が観測したスペクトラムの中に誕生から現在までの宇宙の歴史が刻まれている。



WMAP



# 量子重力が必要な理由 1



$$a^* \times (1/H_0) \simeq L_P \text{ (プランクスケール)}$$

量子重力が寄与する領域

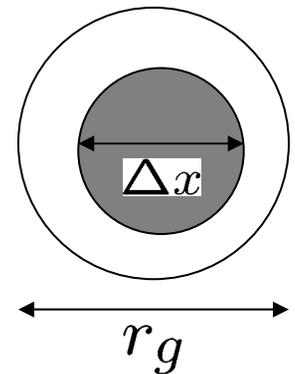
# 量子重力が必要な理由 2

## Einstein重力の限界

- 特異点の存在、くり込み不可能  
引かしかないことが問題
- プランク質量をもった素励起 → ブラックホール(BH)

コンプトン波長 < シュバルツシルト半径

粒子の情報はBH内に閉じ込められる  
→ 点状粒子描像の破綻



Einstein理論ではプランクスケールを越えることはできない

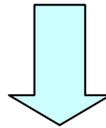
# 特異点を排除するアイデア

特異点や発散を取り除くカギとなるアイデア

背景時空独立性(スケール不変性)

なぜなら、特別なスケールも特別な点も存在しないから！

距離の概念の喪失



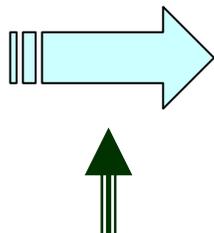
プランクスケールの壁を越えることが出来る！

量子重力には非摂動的定式化が必要！

# スケール不変性が意味すること

## 時空の相転移

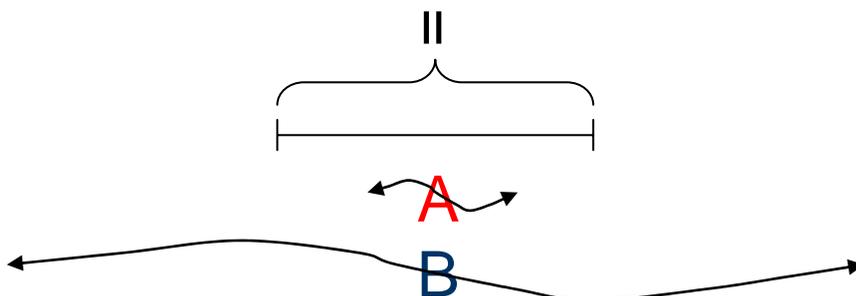
量子時空  
(スケール不変)



古典時空  
(Einstein時空)

新しいエネルギースケール  $\Lambda_{QG} (\ll M_P)$

相関距離  $\xi = 1/\Lambda_{QG} \simeq 10^{-30}$  cm



A: 量子的

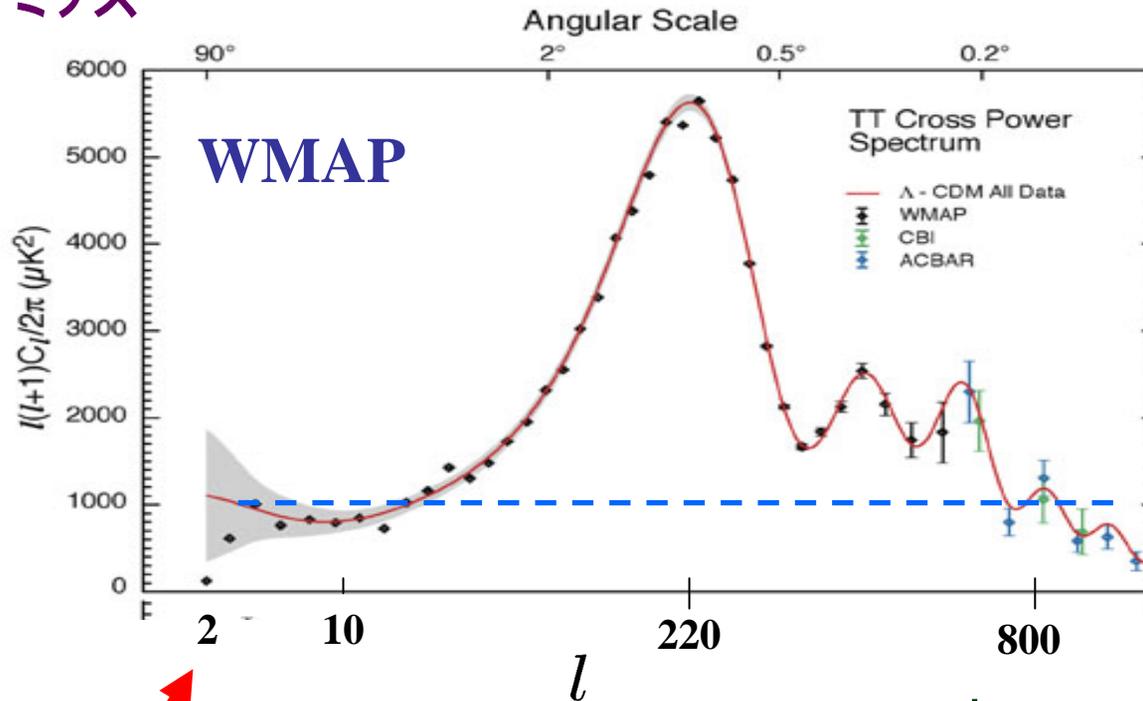
B: 古典的

# WMAPパワースペクトル

宇宙が中性化するまでのゆらぎの発展の歴史

ビッグバン付近  
のダイナミクス

中性化付近の  
ダイナミクス



スケール不変な場合  
のスペクトル

新しいスケール

プラズマ振動

中性化のプロセス

---

## 第二章

# 新しい力学的スケールと 時空の相転移

---

# くり込み可能な重力の量子論

$$I = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ -\frac{1}{t^2} C_{\mu\nu\lambda\sigma}^2 - bG_4 + \frac{M_P}{2} R - \Lambda \right\} + I_{\text{Matter}}$$

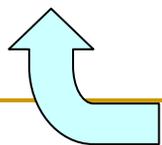
無次元結合定数  $\rightarrow$  Weyl作用 Euler密度  
共形不変な作用

共形不変な時空 ( $C_{\mu\nu\lambda\sigma} = 0$ ) のまわりでの摂動展開:

$$g_{\mu\nu} = e^{2\phi} (\hat{g}_{\mu\nu} + th_{\mu\nu} + \dots), \quad \text{tr}(h) = 0$$

共形モード  
(厳密に扱う)

トレースレステンソルモード  
(摂動的に扱う)



従来の量子重力との違い！

# 量子重力のくり込みの歴史

1960年代: Einstein重力の量子化

くり込み不可能

1970年代: 高階微分重力のくり込み可能性

すべてのモードを摂動的に扱う→ユニタリ性の問題

1980年代: 共形異常の研究

Hathrellによる高階微分重力の3ループでのくり込み不可能性の議論

1980 ~ 90年代: 2次元量子重力の厳密解 (Polyakovほか)

→4次元に一般化 (Riegertほか)

2002年: Riegertモデルを発展させてHathrellのくり込みの問題を解決

共形モードの非摂動的取り扱い

K.H., hep-th/0203250

→ユニタリ性問題の再考

K.H. and Horata, hep-th/0307008

(Wheeler-DeWitt = conformal algebra)

# トレースレスモードの漸近自由性

$$t_r^2(p) = \frac{1}{\beta_0 \log(p^2 / \Lambda_{\text{QG}}^2)}, \quad \beta = -\beta_0 t_r^3$$

## 漸近自由性の意味すること1

新しい力学的スケールが現れる → 時空の相転移

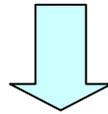
## 漸近自由性の意味すること2

プランクスケールを越えた高エネルギーで、共形不変な時空 ( $C_{\mu\nu\lambda\sigma} = 0$ ) が実現される。したがって、リーマン曲率が発散する特異点は量子的に排除される。

$$\left\{ \begin{array}{ll} -(1/g^2) F_{\mu\nu}^2, & F_{\mu\nu} \rightarrow 0 \quad (g \rightarrow 0) \quad \text{for gauge theory} \\ -(1/t^2) C_{\mu\nu\lambda\sigma}^2, & C_{\mu\nu\lambda\sigma} \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow 0) \quad \text{for conformal gravity} \end{array} \right.$$

## 漸近自由性の意味すること3

原始宇宙は共形(スカラー)モードのゆらぎが優勢  
→ 共形場理論(CFT)



宇宙初期のゆらぎがスカラー的でスケール不変  
観測結果と合致する

結合定数  $t_r$  はCFTからのズレの程度を表し、  
力学的スケールで共形不変性は完全に破れる

- \* 漸近自由性は“自由場”を意味しない。
  - 古典的な粒子状態(重力子)はもはや物理的状态ではない。
  - 共形不変な状態
  - 特異点の消滅
  - 情報喪失の解決

# 量子効果によるインフレーションの誘起

$$Z = \int [dg \cdots]_{\underline{g}} \exp(iI)$$

k.H. and Yukawa

$$= \int [d\phi dh \cdots]_{\underline{\hat{g}}} \exp(\underline{iS(\phi)} + iI)$$



**Jacobian = Wess-Zumino action**

**共形モードのダイナミクスは測度 (量子効果) から誘導される！**

$$S(\phi) = -\frac{b_1}{(4\pi)^2} \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} \left\{ 2\phi \hat{\Delta}_4 \phi + \left( G_4 - \frac{2}{3} \hat{\nabla}^2 \hat{R} \right) \phi \right\} + O(\phi^3)$$



$$t_r^2 \rightarrow 0$$

**共形場理論 (CFT)**

**Higher order of  
the coupling  $t_r^2$**

**背景場の共形変換  $\hat{g}_{\mu\nu} \rightarrow e^{2\omega} \hat{g}_{\mu\nu}$  で不変**

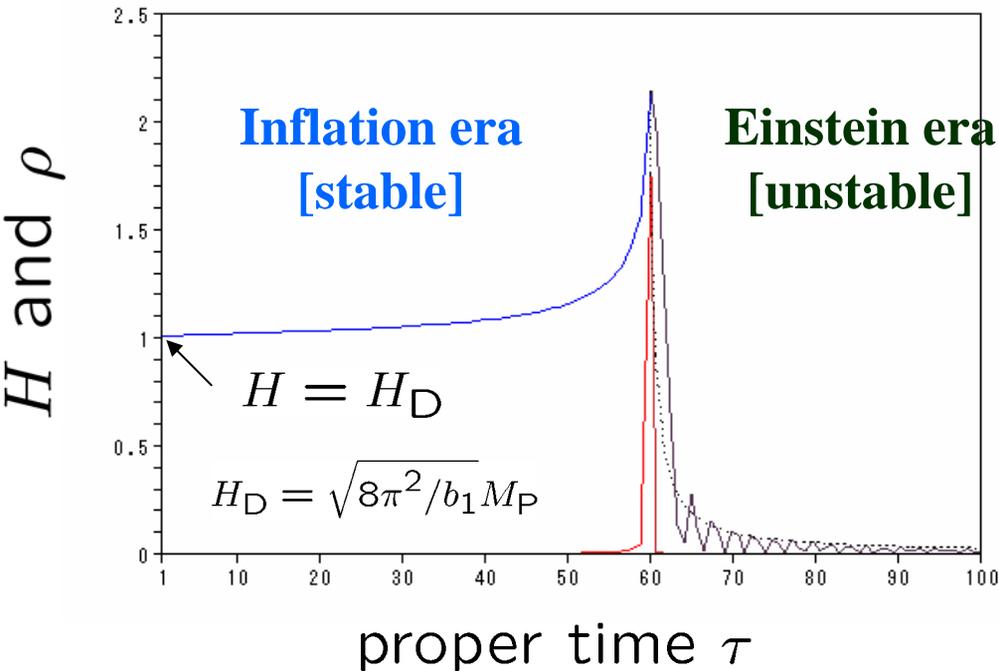
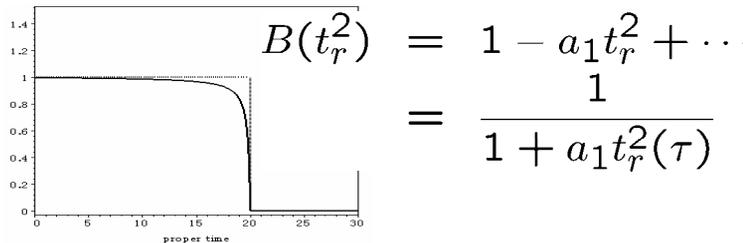
# プランク質量 >> 力学的スケール

プランクスケールでインフレーションが始まり力学的スケールで終わる

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{b_1}{8\pi^2} B(\tau) (\ddot{H} + 7H\dot{H} + 4\dot{H}^2 + 18H^2\dot{H} + 6H^4) - 3M_{\text{P}}^2 (\dot{H} + 2H^2) &= 0 \quad \leftarrow \text{Einstein作用} \\ \frac{b_1}{8\pi^2} B(\tau) (2H\dot{H} - \dot{H}^2 + 6H^2\dot{H} + 3H^4) - 3M_{\text{P}}^2 H^2 + \rho &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$H = \dot{a}(\tau)/a(\tau) = \dot{\phi}(\tau)$$

dynamical factor



**重力場の余分な自由度が物質の転化する**  
→ ビッグバン

—  $\rho$  : 物質密度 (赤線) —

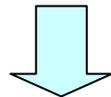
# 歴史的背景

重力の効果によるインフレーション  
Starobinsky 1979年

良い点: インフラトン場、宇宙項を導入する必要がない。

欠点(忘れられた理由):

- インフレーションを終わらせるメカニズムがない。
- テンソルモードのゆらぎが小さいことを説明できない。



トレースレステンソルモードの漸近自由性で説明

力学的スケールで相関を失って古典化する

# 宇宙発展のシナリオ

e-foldings数

$$\mathcal{N}_e = \log \frac{a(\tau_\Lambda)}{a(\tau_P)} \simeq \frac{M_P}{\Lambda_{\text{QG}}}$$

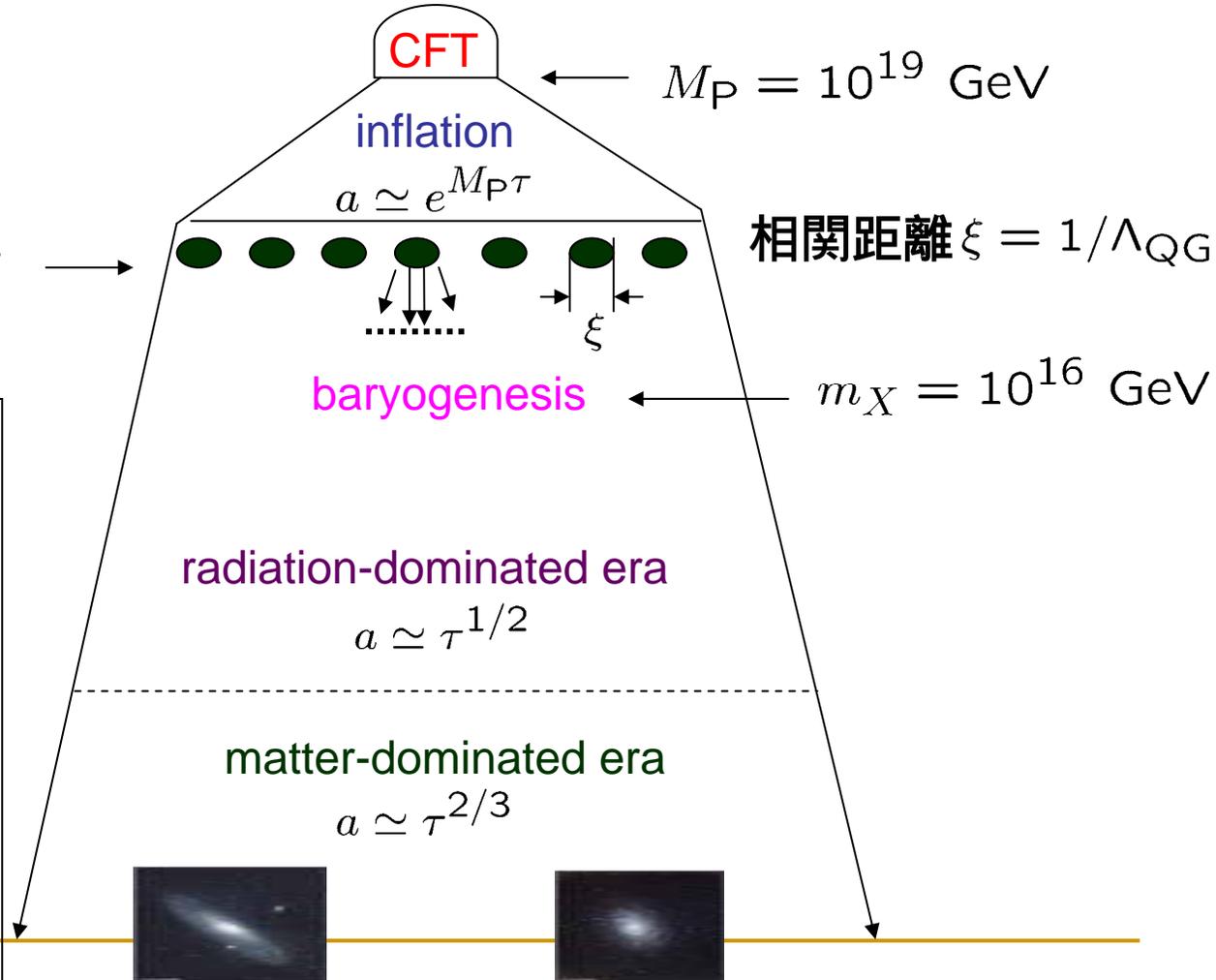
$$\rightarrow \Lambda_{\text{QG}} \simeq 10^{17} \text{ GeV}$$

宇宙の膨張率:  $10^{59}$

インフレーション期間:  
 $10^{30}$  ( $\Leftrightarrow \mathcal{N}_e = 70$ )

アインシュタイン期間: :  
 $10^{29}$  ( $\Leftrightarrow 10^{17} \text{ GeV} / 2.7\text{K}$ )

プランク長さ  $1/M_P$  現在の  
 ハッブル長さ  $1/H_0$  まで膨張



---

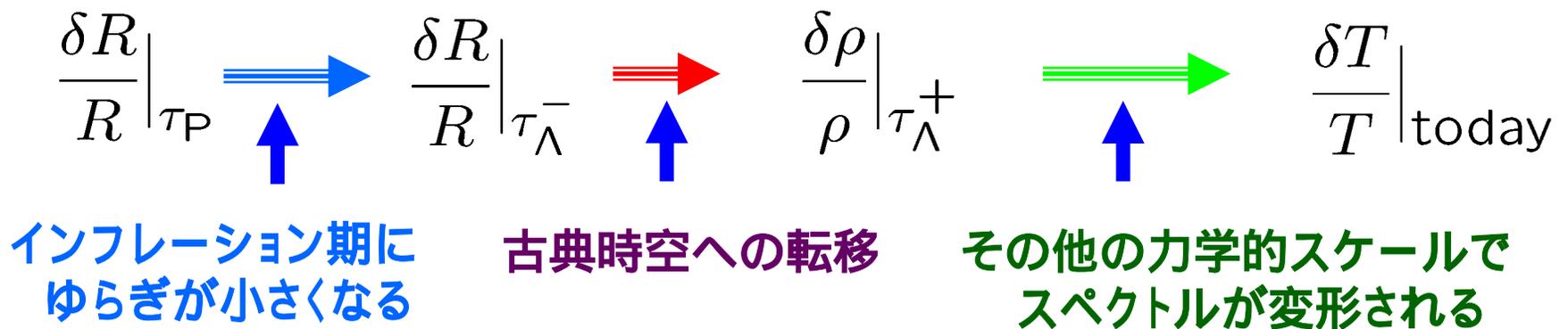
# 第三章

## ゆらぎの発展とWMAP

---

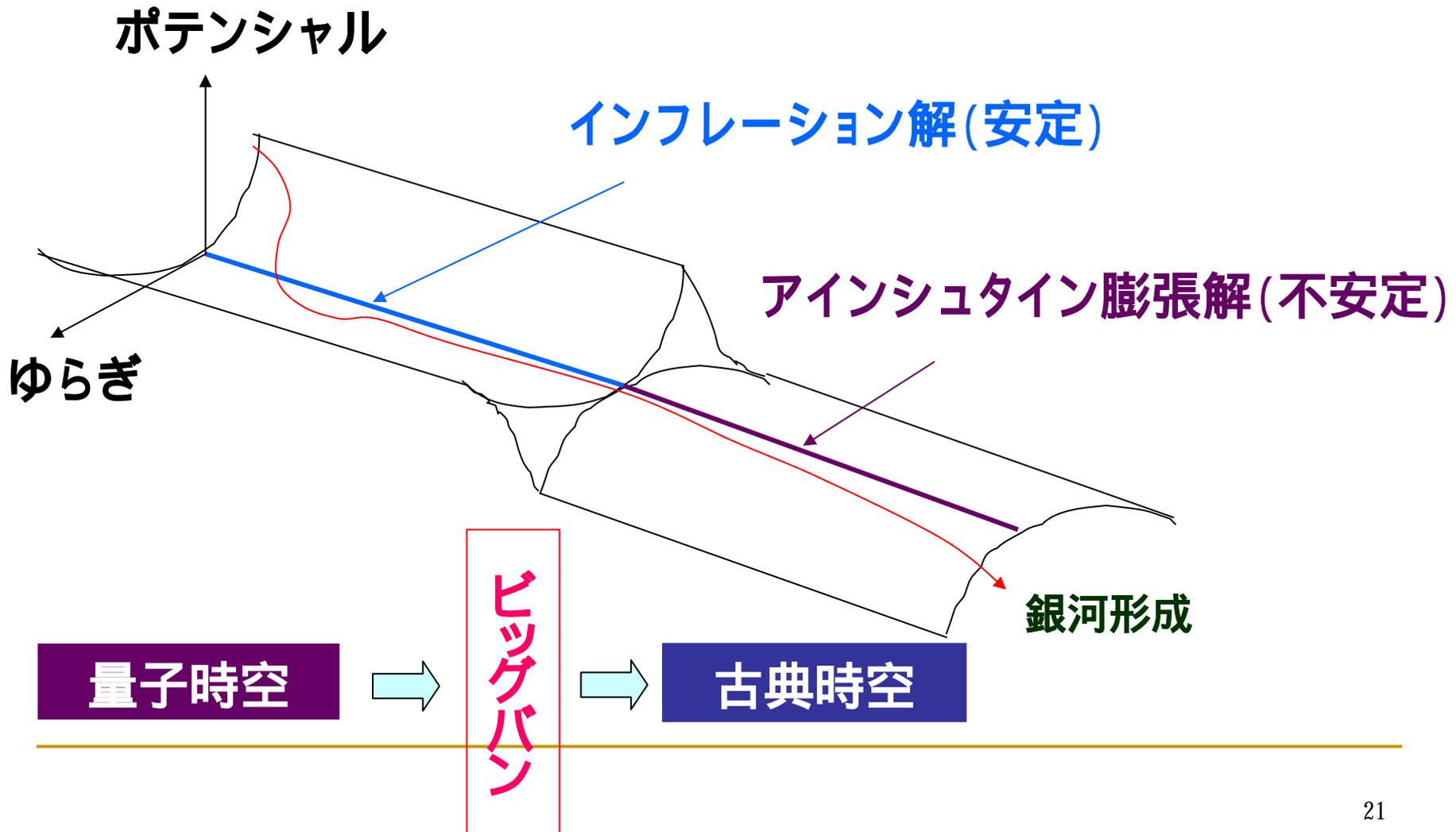
# 量子重力ゆらぎの発展

WMAPは時空の相転移直前のスカラー曲率の量子ゆらぎを観測した。



# ゆらぎの発展

インフレーションの時期にゆらぎが小さくなる。



# 相転移点での振幅の大きさ

相転移近くで結合定数が大きくなるので  $\nabla^2 \sim \Lambda_{\text{QG}}^2$ 。

スカラー曲率は微分を二つ含む量なのでそのゆらぎの大きさは:

$$\delta R \sim \Lambda_{\text{QG}}^2$$

$$\sqrt{\left\langle \left( \frac{\delta R}{R} \right)^2 \right\rangle} \Big|_{\tau=\tau_{\Lambda}^-} \sim \frac{\Lambda_{\text{QG}}^2}{12H_{\text{D}}^2} \simeq \frac{1}{12\mathcal{N}_e^2} \sim 10^{-5}$$

↑ ドシッター曲率:  $R = 12H_{\text{D}}^2$

**インフレーション解のまわりでの線形近似が有効**

# 量子重力のスペクトル(2点相関)

初期量子重力ゆらぎ = 共形場理論(スケール不変な理論)

$$P(k) = A \left( \frac{k}{m} \right)^{n-1 + \frac{v}{\log(k^2/\lambda^2)}}$$

スカラースペクトル指数

量子重力の力学的  
スケールの効果

$$n = 5 - 8 \frac{1 - \sqrt{1 - 2/b_1}}{1 - \sqrt{1 - 4/b_1}} = 1 + 2/b_1 + 4/b_1^2 + O(1/b_1^3)$$

↑  
HZ spectrum

## 考えているゆらぎのサイズ

- プランク時間でプランク長さのゆらぎ
- 時空相転移の時は力学的相関距離より十分に広がっている。
- 相転移のダイナミクスによって乱されない。

$$m = a(\tau_P) M_P$$

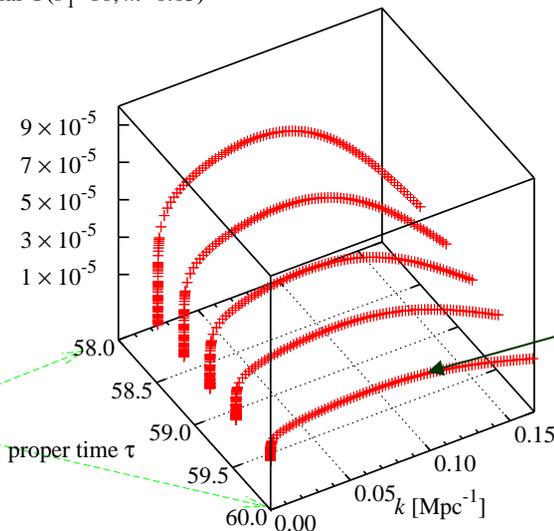
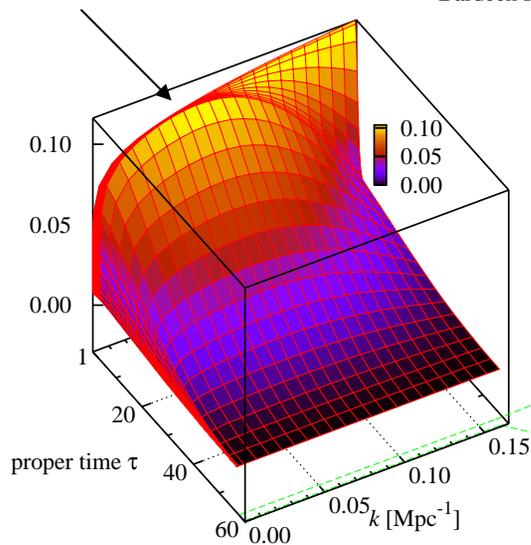
comoving Planck const.

$$m = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$$

→  $a(\tau_P) \simeq 10^{-59}$

# 初期CFTスペクトル

Bardeen Potential  $\Phi(b_1=10, m=0.05)$

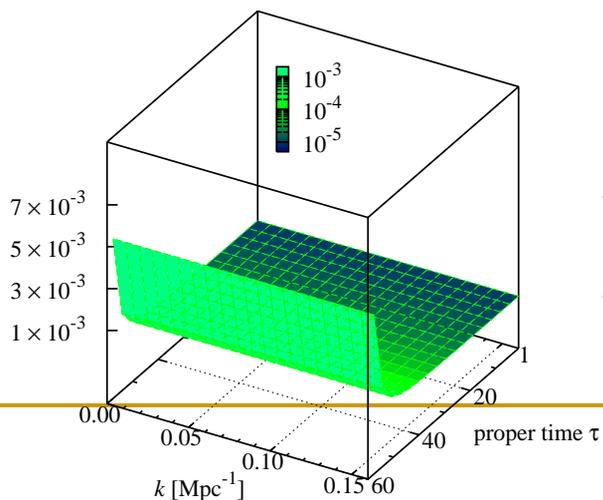


スカラーゆらぎは  
次第に小さくなる

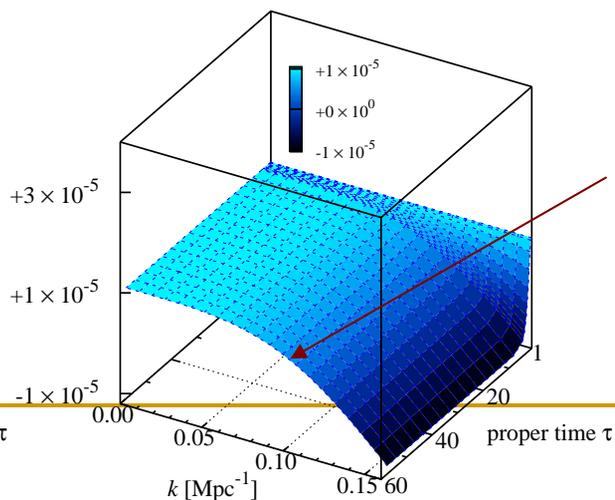
原始スカラー  
スペクトル

## 相転移点

Vector Perturbation ( $b_j=10, m=0.05$ )



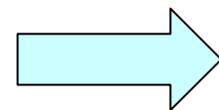
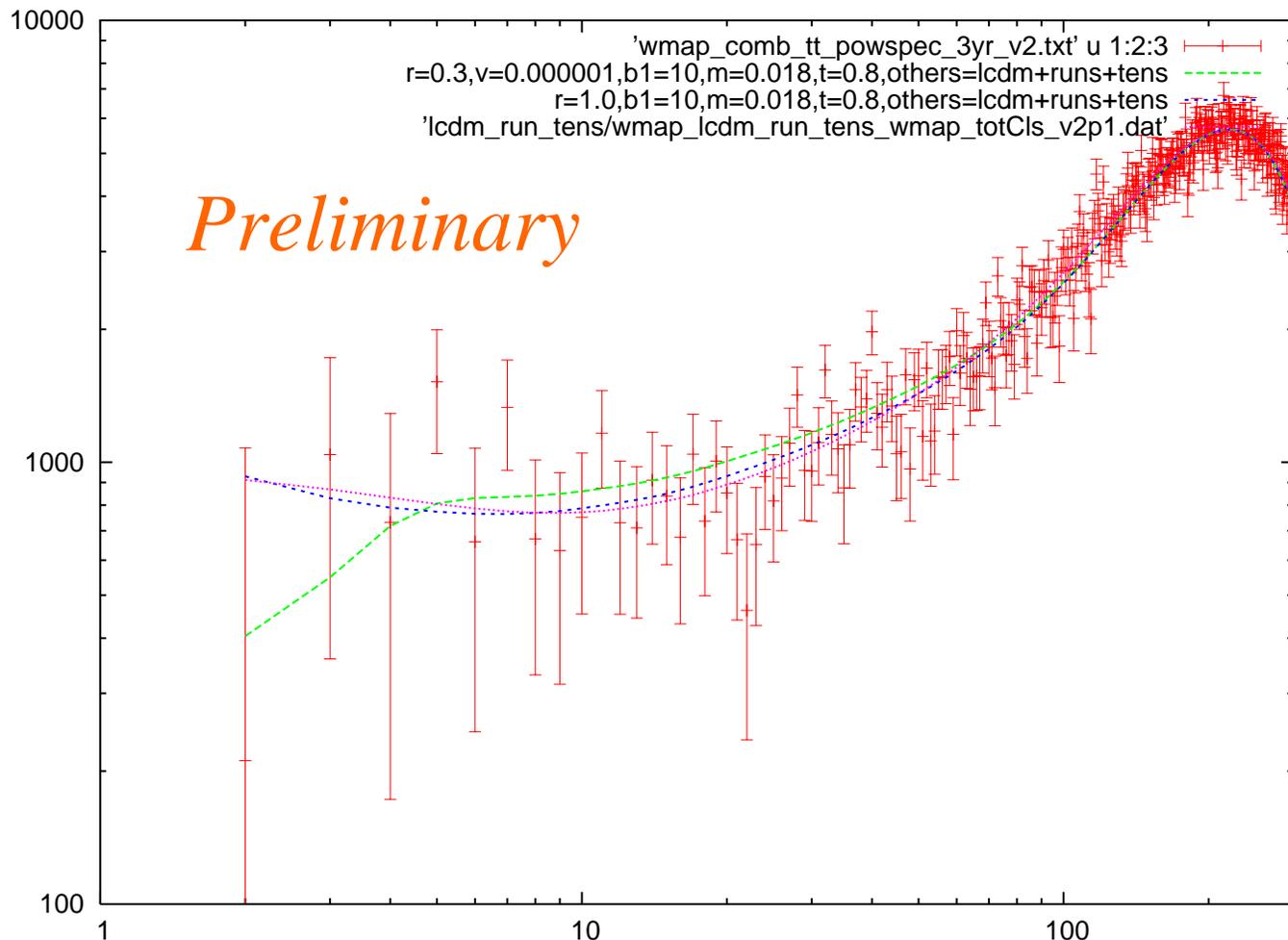
Tensor Perturbation ( $b_j=10, m=0.05$ )



原始テンソル  
スペクトル

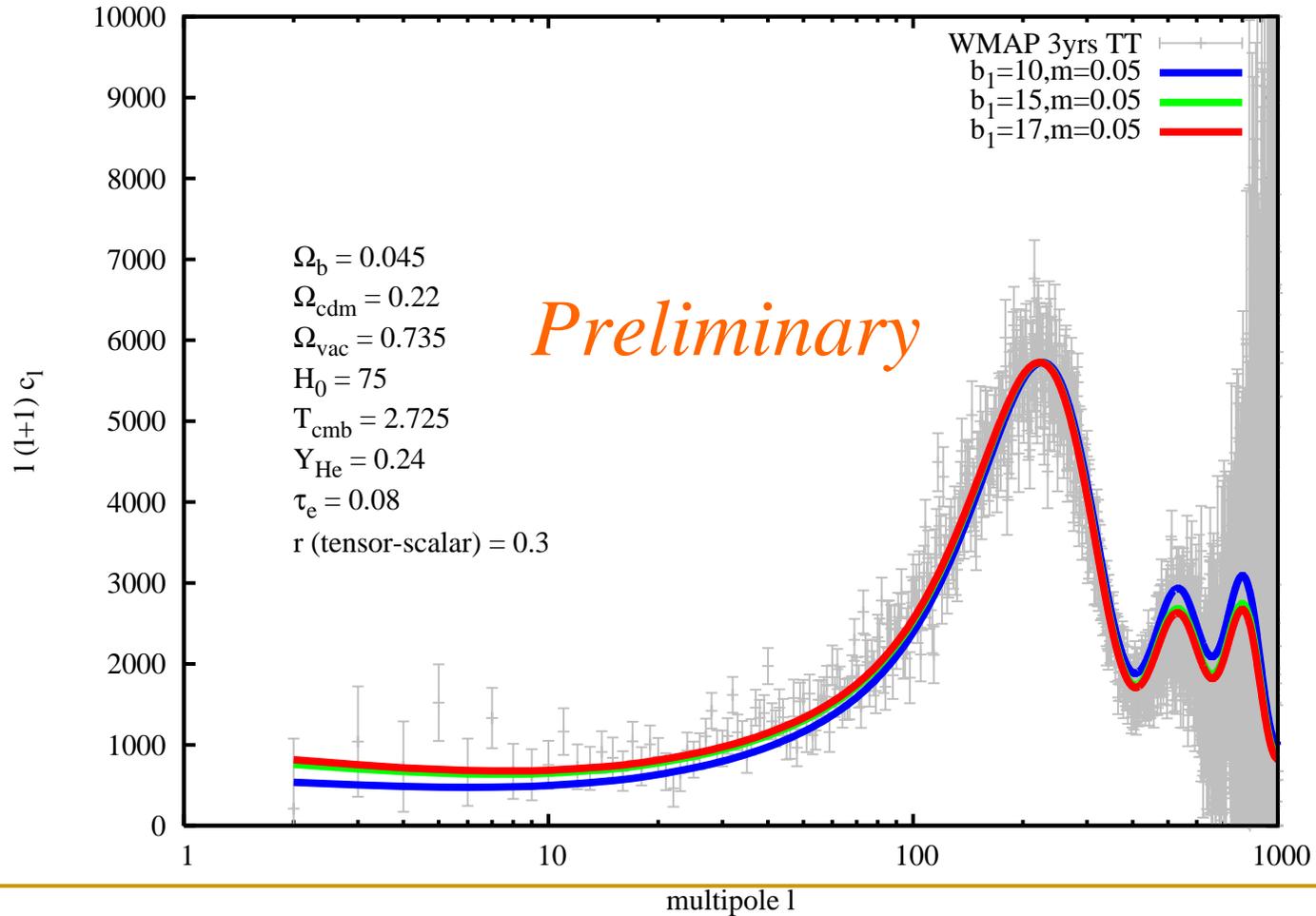
テンソルゆらぎは  
小さいまま保たれる

# CMBFAST コードを使ってCMBスペクトラムを計算



$k \gg m$ では非線形(CFT)の効果  
がきいてくる。  
(in progress)

# b<sub>1</sub>, mを大きくとった場合の計算



# 最終章

## 量子重力の効果が見えてきた

$$\Lambda_{\text{QG}} \simeq 10^{17} \text{ GeV}$$

# まとめ

くり込み可能な量子重力は次の三つの条件で決まる:

- 背景時空独立性(量子的一般座標不変性)
- 有限性
- 時空は4次元

- **重力の量子効果による斥力**
  - インフレーションを誘起する。宇宙膨張の起源
  - ゆらぎが小さくなる
  - ブラックホールが特異点になるのを妨げる
- **時空の相転移**
  - トレースレステンソルモードの漸近自由性
  - 新しい力学的スケールの存在
- **量子重力のスペクトル**
  - 共形場理論で与えられる (非ガウスの)
  - 大角度の落ち込みを量子重力の力学的スケールの現れとして説明出来る

# 量子重力効果の現れ？

- ローレンツ対称性の破れ → 分散関係の異常

プランクエネルギーの粒子は重力の衣を着て  $1/\Lambda_{\text{QG}}$  の広がりを持ち、まわりの時空をゆがめる。

→ 特殊相対論の適用限界。

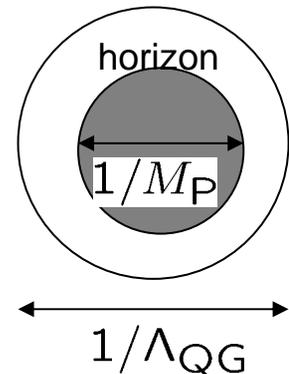
- ブラックホールの蒸発 → 超高エネルギーガンマ線

ブラックホール蒸発の最終段階で高温になり爆発的に消滅。最終段階ではホライズンが消える。

一方、巨大なブラックホールでは中心部で量子重力が誘起  
→ 斥力によるミニインフレーション → 爆発？

- 重力の強結合状態 → 暗黒物質

安定なソリトン解が存在するか？



# 宇宙の歴史の中のスケール

